LES AMIS DE L'EXCELLENCE

STAGE AMEX DU 26 JUILLET AU 05 AOUT 2010

TRAVAUX DIRIGES DE GEOMETRIE

Mardi 03 Août 2010

Exercice 1 (Pépinière de Mathématiques, Versailles 2007)

Dans un triangle rectangle ABC on prends pour chacun des points A, B, C son symétrique A', B$'$, C$'$ par rapport au coté opposé. Quel est le rapport des aires des triangles $A'B'C'$ et ABC ?

Exercice 2 (Pépinière de Mathématiques, Versailles 2007)

Soit ABC un triangle, et soit A' le point du coté $[BC]$ tel que AA' soit la bissectrice de $\widehat{BAC}$.
Montrer la relation classique $\frac{A'C}{A'B} = \frac{AC}{AB}$.

Exercice 3 (Pépinière de Mathématiques, Versailles 2007)

Dans un triangle ABC la hauteur CD est telle que $AB = CD$. On forme les carrés DBEF et ADGH (les points F et G sont des points de la hauteur CD).

Montrer que les droites (CD),(AE) et (BH) sont concourantes.

Exercice 4 (Stage de Gresillon)

Soient ABC un triangle isocèle en A et Γ son cercle circonscrit. On note γ le cercle tangent aux droites (AB) et (AC) et tangent à Γ intérieurement. On note P, Q et R les points de contact de γ avec (AB), (AC) et Γ respectivement. Enfin, Ω est le centre de γ, J est le milieu de $[PQ]$ et K le milieu de $[BC]$.

Justifier l'égalité $\frac{AK}{AR} = \frac{AJ}{A\Omega}$.

Par Yavo , Formateur à AMEX

Exercice 5 (Pépinière de Mathématiques, Versailles 2007)

Soit $ABCD$ un rectangle, E et F les milieux des côtés $[AD]$ et $[\mathrm{DC}]$. On appelle G l'intersection des droites (AF) et (EC). Montrer que $\widehat{CGF} = \widehat{FBE}$.

Exercice 6 (Pépinière de Mathématiques, Versailles 2007)

ABC est un triangle et (Γ) le cercle de centre I, inscrit dans le triangle ABC. On suppose que $BC = CA + AI$.

Exprimer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$.

Exercice 7 (Stage de Gresillon)

Soit A et B les intersections de deux cercles (Γ_1) et (Γ_2). Soit CD une corde de (Γ_1) et E et F les secondes intersections respectives des droites (CA) et (BD) avec (Γ_2).
Montrer que les droites (CD) et (EF) sont parallèles.

Exercice 8 *(Droite de Simson)* (Stage de Gresillon)

Soit (Γ) un cercle et A, B et C trois points de (Γ). Soit P un point du plan, P_A, P_B et P_C ses projections sur les droites $(BC), (CA), (AB)$.
Montrer que les points P_A, P_B et P_C sont alignés si et seulement si P appartient à (Γ).

Exercice 9

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$. Montrer l'inégalité classique $2AI \leq AB + AC$.

Exercice 10

Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe tel que $mes\widehat{BAD} = 90°$. Montrer que

$$BC + CD + DB \geq 2AC \ .$$

Exercice 11

Soit (Γ) le cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC. Soit M un point de $\overset{\frown}{BC}$ ne contenant pas le point A. Montrer qu'on a $AM = BM + CM$.

Par Yavo , Formateur à AMEX