



UNION MATHÉMATIQUE AFRICAINE
Commission Olympiades Pan
Africaines de Mathématiques

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail



MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE



20^e Olympiades Pan Africaines
de Mathématiques
Yamoussoukro : 20-30 mai 2010

Deuxième jour : 27 mai 2010

Durée : 4 h 30

Instructions

- *Les instruments de calcul (ordinateurs, calculatrices, règles à calculer, etc) et les documents (notes manuscrites ou extraits de livres) ne sont pas autorisés en salle de composition.*
- *Seuls les stylos, crayons, règles et compas peuvent être utilisés.*

Exercice 4

On place sept points distincts sur un cercle de périmètre c . Trois de ces points forment un triangle équilatéral et les quatre autres forment un carré.

Montrer que parmi les sept arcs déterminés par les sept points sur le cercle, il en existe au moins un dont

la longueur est inférieure ou égale à $\frac{c}{24}$.

Exercice 5

Une suite d'entiers positifs de terme général a_n et de premier terme a_0 est définie pour tout entier naturel n de la façon suivante :

- si le dernier chiffre de a_n est inférieur ou égal à 5, alors ce chiffre est supprimé et les chiffres restants forment le terme a_{n+1} (Si a_{n+1} ne contient pas de chiffre le procédé s'arrête.)
- autrement $a_{n+1} = 9 a_n$.

Peut-on choisir un entier naturel a_0 de sorte que la suite (a_n) soit infinie ?

Exercice 6

Existe-t-il une fonction $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ telle que, pour tous entiers x et y , on ait $f(x + f(y)) = f(x) - y$?