PAMO
SOUTH AFRICA
2009

19th PAN AFRICAN MATHEMATICS OLYMPIAD
19-26 April 2009, Pretoria, South Africa
Day 1

Problème 1:

Existe-t-il des nombres $x_1, x_2, \ldots, x_{2009}$ éléments de $\{-1,1\}$, tels que

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \ldots + x_{2008}x_{2009} + x_{2009}x_1 = 999 \ ?$$

Problème 2 :

Soit P un point intérieur au triangle ABC. D, E et F sont les symétriques du point P par rapport aux droites (BC), (CA) et (AB) respectivement.
Montrer que si le triangle DEF est équilatéral, alors les droites (AD), (BE) et (CF) sont concourantes.

Problème 3 :

Soit x un nombre réel possédant la propriété suivante : pour chaque entier positif non nul q, il existe un entier p tel que :

$$\left| x - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{3q}$$

Montrer que x est un entier.